Relazione ALAN – Foglio Autovalori – MatLab

Cattaneo Kevin – S4944382, Dellepere Gabriele - S4944557

*Esercizio 1*

Osserviamo che A è un blocco di Jordan pertanto non è diagonalizzabile. Per tale motivo quando perturbiamo la matrice non possiamo fare assunzioni su come variano gli autovalori a seguito della perturbazione.

Di seguito si riportano i valori calcolati dei due rapporti (ovvero l'errore relativo rispetto A) fra norme (rispettivamente fra matrici e fra autovalori):

ans = 1.2304e-04

ans = 0.5000

Si nota che essi differiscono di ordine di grandezza.

Ripetendo l'esercizio con At\*A e Bt\*B, esse sono matrici simmetriche dunque diagonalizzabili.

Si può dunque osservare che i due errori relativi sono vicini fra loro e, in particolare, quello

degli autovalori è minore di quello delle matrici. Si riportano di seguito i valori calcolati:

ans = 6.2017e-05

ans = 1.6872e-05

Poiché At\*A e Bt\*B sono simmetriche vale il teorema di Bauer-Fiche per cui la differenza fra gli autovalori in modulo è minore-uguale della moltiplicazione fra condizionamento di X e della differenza in norma fra Bt\*B e At\*A.  
Dato che At\*A è simmetrica, la matrice di autovalori X è ortogonale, quindi il suo condizionamento vale 1 (l'errore è controllato). Pertanto, si ha ||VAA-VBB|| <= ||BB-AA||.

Sappiamo che ||At\*A|| = autovalore di modulo massimo e che ||VAA|| = sqrt(autovalore max^2 + ...altri autovalori^2).

Infine, dividendo ||VAA-VBB|| <= ||BB-AA|| rispettivamente per ||At\*A|| a destra e ||VAA|| a sinistra rimane vera la relazione d'ordine ||VAA-VBB||/||VAA|| <= ||BB-AA||/||At\*A||

*Esercizio 2*

Verificato quanto richiesto dal punto c) rispetto al punto b), si notano le seguenti corrispondenze:

0.6124  
0.1021  
0.2041  
0.3062  
0.4082  
0.3062  
0.1021  
0.3062  
0.1021  
0.3062  
0.1021

Vettore in cui ogni entrata corrisponde all'importanza della stazione di stesso indice.  
Si nota che i valori sono compresi fra zero e uno; dunque, si ritiene che 1 ha maggiore importanza, in quanto valore originario presente nella matrice A.  
Per quanto detto, si osserva che la stazione 1 ha più importanza in quanto più vicina al valore iniziale 1, con componente corrisponde al valore 0.6124.  
Difatti si nota una relazione fra "importanza" e numero di collegamenti con altre stazioni. Infatti, la stazione 1 è quella che collega maggiori stazioni, mentre le stazioni 2, 7, 9, 11 sono meno importanti, in quanto collegano lo stesso numero di stazioni (una soltanto).

Si osserva inoltre che la prima cifra decimale corrisponde al numero effettivo di stazioni collegate all'entrata di pari indice. Molte stazioni hanno stesso valore di componente nell'autovettore perché collegano lo stesso numero di stazioni.

Analogamente all'algoritmo di page-rank osserviamo che in questo caso il primo autovettore (di autovalore = 1) è anche il vettore dell'importanza, in quanto per essere tale soddisfa la condizione “Gx = x”.

*Esercizio 3*

La velocità di convergenza calcolando l'autovalore di modulo massimo mediante il metodo delle potenze risulta pari a 0.587809^k per il primo vettore e -0.354003^k per il secondo; mentre calcolandolo mediante il metodo delle potenze inverse risulta pari a 0.594722^k per il primo e -0.358102^k per il secondo.